

**Exercice1.....(4points)**

Répondre par vrai ou faux aux assertions suivantes **sans** justification.

1. Les entiers naturels 154 et 195 sont premiers entre eux.
2. Le nombre  $2^4 \times 31$  est parfait.
3. Si  $p$  est entier naturel premier supérieur ou égal à 3 alors  $p+1$  n'est pas premier.
4. Si  $x$  est entier naturel premier alors  $x(x+1)$  est premier.

**Exercice2.....(3points)**

1. Déterminer l'ensemble  $E$  des entiers naturels  $n$  tels que  $\frac{18}{n} \in \mathbb{N}$ .
2. Déterminer l'ensemble  $F$  des entiers naturels  $n$  tels que  $\frac{15}{n-1} \in \mathbb{N}$ .
3. En déduire les entiers naturels  $n$  pour lesquels  $\text{ppcm}(n,18) = 18$  et  $p\text{gcd}(n-1,15) = n-1$ .

**Exercice3.....(5points)**

Soient les entiers naturels  $a = 1170$  et  $b = 600$ .

1. Décomposer  $a$  et  $b$  en produit de facteurs premiers.
2. Déterminer le plus petit entier naturel  $c$  tel que  $a.b.c$  soit le cube d'un entier naturel.
3. Utiliser l'algorithme d'Euclide pour déterminer  $p\text{gcd}(a,b)$ .
4. En déduire une fraction irréductible  $q$  égale à  $\frac{a}{b}$  et justifier que  $q \in \mathbb{D}$ .
5. a) Vérifier que pour tout entier naturel non nul  $n$ , on a  $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ .

b) En déduire que  $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{19 \times 20} = q - 1$ .

**Exercice3.....(8points)**

Soit  $\mathcal{C}$  un cercle de diamètre  $[AB]$  et de centre  $O$ .

Soit  $M$  un point de  $\mathcal{C}$  tel que  $MA > MB$ . On désigne par  $H$  le projeté orthogonal de  $M$  sur  $[AB]$  et par  $N$  le deuxième point d'intersection de la droite  $(MH)$  avec le cercle  $\mathcal{C}$ .

1. Quelle est la nature de chacun des triangles  $MOA$ ,  $AMB$  et  $ANB$ ? Justifier.
2. a) Montrer que  $MAB = HMB$ .  
b) En déduire que  $[AB]$  est la bissectrice de l'angle  $MAN$ .
3. La parallèle à la droite  $(OM)$  passant par  $A$  recoupe le cercle  $\mathcal{C}$  en  $K$ .  
a) Montrer que  $[AM]$  est la bissectrice de l'angle  $KAB$ .  
b) Montrer que  $KAN = \frac{3}{2} MOB$ .